

Максимальное количество баллов за олимпиаду — 30

Задание 1. Вариант 1. Для подготовки к водному ралли Полина и Василиса тестировали плавучих роботов в бассейне с прямыми дорожками. Стартуя от бортика, робот должен проплыть бассейн не переворачиваясь, коснуться противоположного бортика, развернуться и поплыть в обратном направлении. Робот Полины проплывает длину бассейна за 90 секунд, а робот Василисы — за 70 секунд.

а) Чей робот плывёт быстрее?

Ответ:

- Полины
- ✓ Василисы
- Роботы плывут с одинаковой скоростью

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1.5 балла

б) Во сколько раз отличаются скорости роботов? Ответ округлите до десятых. При расчётах большую величину делите на меньшую. Если скорости одинаковы, в ответ запишите 1.

Ответ: 1.3

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

в) Роботы стартуют на соседних дорожках одновременно. Через какое время после старта более быстрый робот поравняется с более медленным, обойдя его на один бассейн? Ответ выразите в секундах, округлите до целых. Временем разворота можно пренебречь.

Ответ: 315

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 4 балла

г) Сколько раз за это время встретятся роботы, двигаясь как во встречном, так и в попутном направлении? Точку старта за встречу не считайте.

Ответ: 4

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2.5 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а-б) Так как пути одинаковые, скорость больше во столько же раз, во сколько больше время в пути: $1.5 \text{ мин} = 90 \text{ с}$ больше 70 с , значит, робот Василисы плывёт быстрее:

$$K = \frac{90 \text{ с}}{70 \text{ с}} \approx 1.3.$$

в) Пусть время роботов в пути от старта до того момента, когда быстрый робот обойдет медленного на один бассейн, равно t . Путь, который прошёл медленный робот:

$$s_1 = v_1 \cdot t = \frac{S}{t_1} \cdot t.$$

Путь, который прошёл быстрый робот:

$$s_2 = v_2 \cdot t = \frac{S}{t_2} \cdot t.$$

Быстрый робот пройдёт на s метров больше, чем медленный, за то же время, значит, $s_1 - s_2 = s$. Составим уравнение и решим его:

$$\frac{S}{t_1} \cdot t - \frac{S}{t_2} \cdot t = s.$$

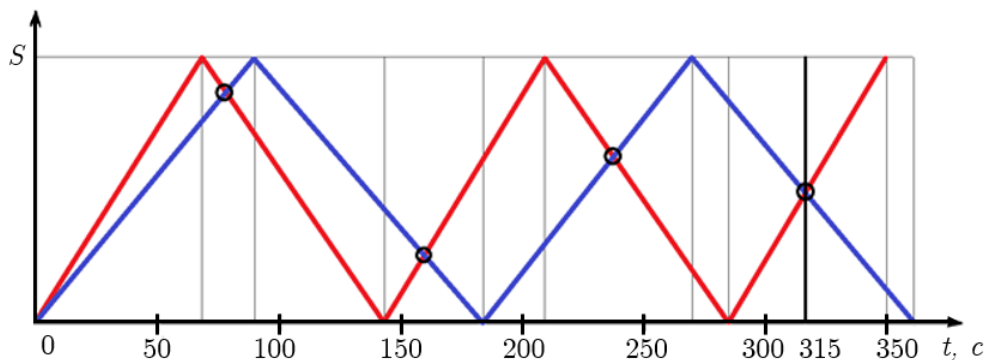
Сократим на $s \neq 0$, получим:

$$\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} = \frac{1}{t},$$

откуда

$$t = \frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1} = \frac{90 \text{ с} \cdot 70 \text{ с}}{90 \text{ с} - 70 \text{ с}} = 315 \text{ с}.$$

г) Построим график зависимости координат роботов от времени. Пересечения 4 — это количество встреч n , не считая старта.

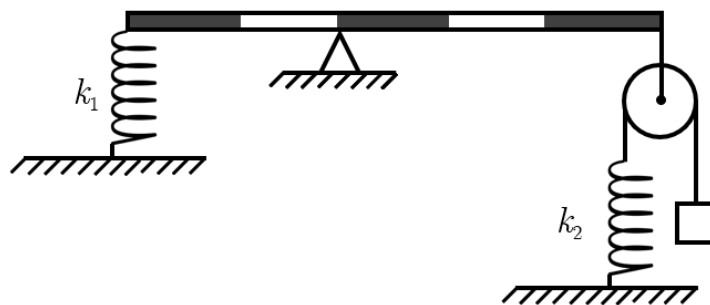


Матрица параметров и ответов к вариантам задания 1.

Пункты б, в, г)

№ варианта	t_1, c	t_2, c	K	t, c	n
1	90	70	1.3	315	4
2	90	30	3	45	1
3	90	40	2.3	72	1
4	80	40	2	80	1
5	80	30	2.7	48	1
6	60	40	1.5	120	2

Задание 2. Вариант 1. К левому концу рычага прикреплена пружина жёсткостью $k_1 = 1$ кН/м, а к правому концу — невесомый блок. Через блок перекинута невесомая нить, к одному концу которой прикреплен груз массой $m = 6$ кг, а к другой — пружина жёсткостью $k_2 = 1$ кН/м.



Система находится в равновесии. Ускорение свободного падения $g = 10$ Н/кг.

Найдите указанные величины. Ответы округлите до целых.

а) Сила натяжения нити, на которой подвешен груз.	60 Н
б) Сила упругости правой пружины	60 Н
в) Удлинение правой пружины	6 см
г) Сила упругости левой пружины	180 Н
д) Удлинение левой пружины	18 см

Ответ: за каждый верный ответ — 2 балла. Всего 10 баллов

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Груз на нити находится в равновесии, значит, $T = mg = 6 \text{ кг} \cdot 10 \text{ Н/кг} = 60 \text{ Н}$.

б) Сила упругости пружины равна силе натяжения нити, которая растягивает пружину: $F_{\text{упр2}} = T = 60 \text{ Н}$.

в) По закону Гука удлинение пружины пропорционально силе упругости:

$$\Delta L_2 = \frac{F_{\text{упр2}}}{k_2} = \frac{60 \text{ Н}}{1000 \text{ Н/м}} = 0.06 \text{ м} = 6 \text{ см}.$$

г) Рычаг первого рода находится в равновесии, значит, моменты сил, приложенных к левому и правому плечам рычага, обратно пропорциональны плечам этих сил:

$$F_{\text{упр1}} = 2T \cdot \frac{3}{2} = 120 \text{ Н} \cdot 1.5 = 180 \text{ Н}.$$

д) По закону Гука удлинение пружины пропорционально силе упругости:

$$\Delta L_1 = \frac{F_{\text{упр1}}}{k_1} = \frac{180 \text{ Н}}{1000 \text{ Н/м}} = 0.18 \text{ м} = 18 \text{ см}.$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 2.

№ варианта	k_1 , кН/м	k_2 , кН/м	m , кг	T , Н	$F_{\text{упр2}}$, Н	ΔL_2 , см	$F_{\text{упр1}}$, Н	ΔL_1 , см
1	1	1	6	60	60	6	180	18
2	3	3	6	60	60	2	180	6
3	1	1	3	30	30	3	90	9
4	1	1	4	40	40	4	120	12
5	1	1	5	50	50	5	150	15
6	1	1	7	70	70	7	210	21
7	1	1	8	80	80	8	240	24
8	2	2	8	80	80	4	240	12
9	10	10	10	100	100	1	300	3

Задание 3. Вариант 1. Кокос-де-мер (бытовое название — морской кокос) — плод сейшельской пальмы — плавает в воде. Чтобы полностью погрузить его под воду, требуется приложить силу 380 Н, а чтобы удерживать в воздухе — 40 Н. Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ /м}^3$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ Н/кг}$.



а) Сравните среднюю плотность кокоса с плотностью воды:

Ответ:

- Средняя плотность кокоса больше плотности воды
- ✓ Средняя плотность кокоса меньше плотности воды
- Средняя плотность кокоса равна плотности воды

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 0.5 балла

б) Найдите массу кокоса. Ответ выразите в килограммах, округлите до целых.

Ответ: 4

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1.5 балла

в) Найдите объём кокоса. Ответ выразите в кубических сантиметрах, округлите до целых.

Ответ: 42000

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2.5 балла

г) Найдите среднюю плотность кокоса. Ответ выразите в кг/м^3 , округлите до целых.

Ответ: 95

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2.5 балла

д) Какая часть объёма кокоса находится над водой, когда кокос плавает? Ответ выразите числом $k < 1$, округлите до десятых.

Ответ: 0.9

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Кокос плавает в воде, значит, его средняя плотность меньше плотности воды.

$$F_{\text{а}} = F + F_{\text{Т}} = 380 \text{ Н} + 40 \text{ Н} = 420 \text{ Н}.$$

б) Вес кокоса в воздухе равен силе тяжести. Найдём массу кокоса:

$$m_{\text{к}} = \frac{F_{\text{Т}}}{g} = \frac{40 \text{ Н}}{10 \text{ Н/кг}} = 4 \text{ кг}.$$

в) Сила Архимеда равна весу вытесненной воды, $m_{\text{в}} = 42 \text{ кг}$, объём кокоса равен объёму вытесненной воды при полном погружении под воду:

$$V_{\text{к}} = V_{\text{в}} = \frac{m}{\rho} = \frac{42000 \text{ г}}{1 \text{ г/см}^3} = 42000 \text{ см}^3.$$

г) Чтобы найти плотность, надо массу разделить на объём:

$$\rho_{\text{к}} = \frac{m_{\text{к}}}{V_{\text{к}}} = \frac{4 \text{ кг}}{0.042 \text{ м}^3} \approx 95 \text{ кг/м}^3.$$

д) При плавании $F_{\text{а}} = F_{\text{т}}$, $\rho_{\text{в}} \cdot V_{\text{пч}} \cdot g = \rho_{\text{к}} \cdot V_{\text{к}} \cdot g$. Доля погруженной части тела:

$$\frac{V_{\text{пч}}}{V_{\text{к}}} = \frac{\rho_{\text{к}}}{\rho_{\text{в}}}.$$

Доля надводной части:

$$x = 1 - \frac{\rho_{\text{к}}}{\rho_{\text{в}}} = 1 - \frac{95}{1000} = 0.905 \approx 0.9.$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 3.

Пункты б, в, г)

№ варианта	F , Н	$F_{\text{т}}$, Н	$m_{\text{к}}$, кг	$V_{\text{к}}$, см ³	ρ , кг/м ³
1	380	40	4	42000	95
2	250	20	2	27000	74
3	320	20	2	34000	59
4	330	30	3	36000	83
5	340	40	4	38000	105
6	430	40	4	47000	85
7	440	50	5	49000	102
8	450	60	6	51000	118